

Les puissances

I) Nous sommes le 16 mars 2006. Elodie envoie l'e-mail suivant à trois de ses amies :

« Toi qui reçois cet e-mail, lis-le, en renvoie-le demain à trois de tes amis. Si tu le fais, cela te portera chance durant toute l'année ! »

Le lendemain, ayant lu l'e-mail, les trois amies d'Elodie renvoient bien sûr chacune le même e-mail à trois de leurs amies...

Mais combien de personnes recevront cet e-mail le premier avril ?

II) Compléter dans les pointillés :

$$2^{\dots} = 8192 ; 5^{\dots} = 1 ; 3^{\dots} = 14\,348\,907 ; \dots^3 = 512 ; \dots^5 = -32 ; \dots^2 = 0,01 ;$$

$$723^{\dots} = 723 ; 10^{\dots} = 1\,000\,000\,000 ; (-1)^{143} = \dots ; 723^{\dots} = 1.$$

III) Compléter :

$$5^3 \times 5^4 = 5^{\dots} ; 10^2 \times 10^3 = 10^{\dots} ; 2^{12} \times 2^4 = 2^{\dots} ; 7^{125} \times 7^{45} = 7^{\dots} ; 7^{72} \times 7^{85} = 7^{\dots} ;$$

$$\frac{4^3}{4^1} = 4^{\dots} ; \frac{7^5}{7^2} = 7^{\dots} ; \frac{10^{12}}{10^9} = 10^{\dots} ; \frac{5^{53}}{5^{14}} = 5^{\dots} ; \frac{127^{42}}{127^{12}} = 127^{\dots} ; \frac{12^{14}}{12^4} = 12^{\dots} ; \frac{7^2}{7^5} = 7^{\dots} ;$$

$$(2^4)^3 = 2^{\dots} ; (3^7)^2 = 3^{\dots} ; (7^{12})^{10} = 7^{\dots} ; (8^{100})^{1000} = 8^{\dots} ; (5^{-2})^4 = 5^{\dots} ;$$

$$(17^{12435})^0 = 17^{\dots} ; 3^0 = \dots ; 17^0 = \dots ; (-123)^0 = \dots ; 0^0 = \dots ;$$

IV) Sans utiliser la touche "puissance" de la calculatrice, compléter :

$$\frac{5^0}{5^4} = 5^{\dots} ; \frac{7^0}{7^{11}} = 7^{\dots} ; \frac{1}{5^3} = 5^{\dots} ; \frac{1}{11^4} = 11^{\dots} ; \frac{1}{6^{-4}} = 6^{\dots} ; \frac{1}{7^{\dots}} = 7^2 ; \frac{1}{10^3} = 10^{\dots} ;$$

$$\frac{1}{1000} = 10^{\dots} ; \frac{1}{100} = 10^{\dots} ; \frac{1}{1000000} = 10^{\dots} ; \text{Un milliardième} = 10^{\dots} ;$$

$$7^4 \times 7^{\dots} = 7^2 ; \frac{a^4}{a^{\dots}} = a^5 ; (3^{\dots})^{-2} = 3^6 ; \frac{a^{\dots}}{a^9} = a^{11} ; (9^3)^{\dots} = 9^6 ; 2 \times 2^2 \times 2^3 = 2^{\dots} ;$$

$$((5^2)^{\dots})^3 = 5^{18} ; \frac{1}{7^6} = 7^{\dots} ; 2^3 \times 2^{-4} \times (2^{-2})^{-3} = 2^{\dots} ; 5^{\dots} = \frac{(5^{-3})^2}{5^{-3} \times 5^2} \times (5^2 \times 5^{-1})^3 ;$$

V) Les puissances de 10...

$$10 = 10^{\dots} ; \frac{1}{10} = 10^{\dots} ; 100 = 10^{\dots} ; \frac{1}{100} = 10^{\dots} ; 0,0001 = 10^{\dots} ; 100000000000 = 10^{\dots}$$

$$\text{Un million} = 10^{\dots} ; \text{Un millionième} = 10^{\dots} ; \text{Mille} = 10^{\dots} ; \text{Un millième} = 10^{\dots} ;$$

VI) Donner en écriture décimale :

$$35 \times 10^4 = \dots ; 0,0046 \times 10^2 = \dots ; 3490 \times 10^{-2} = \dots ;$$

$$0,00014 \times 10^5 = \dots ; 2\,347\,000 \times 10^{-5} = \dots ; 23 \times 10^0 = \dots$$

Puissances de 10

I) Donner avec la calculatrice l'écriture décimale des nombres suivants :

92×10^{-1} ; 245×10^{-2} ; -32×10^{-4} ; $32,65 \times 10^{-3}$; $0,75 \times 10^{-4}$; $0,75 \times 10^4$;
 $-3\,004 \times 10^{-5}$; -425×10^3 ; $0,05 \times 10^{-2}$; $0,74 \times 10^{-3}$; $-36,14 \times 10^{-4}$; $-0,0454 \times 10^5$.

II) Compléter sans calculatrice :

a) $-42 \times 10^3 = -42\,000$; $2,35 \times 10^1 = 23,5$; $-0,03 \times 10^3 = -0,000\,03$;
 $-12 \times 10^0 = -12$; $10^0 \times 2 = 0,000\,002$; $10^4 \times 9,875 = 9875$; $425 \times 10^0 = 4,25$;
 $4325 \times 10^0 = 0,04325$; $0,000\,2 \times 10^6 = 2\,000\,000$; $-2300 \times 10^0 = -0,000\,23$.

b) $123,45 \times \dots = 123\,450$; $-0,8 \times 10^2 = -80$; $8545 \times 10^0 = 0,008545$;
 $300\,000 = 3 \times 10^5 = 30 \times 10^4 = 0,3 \times 10^6 = 3\,000\,000 \times 10^0$;
 $4\,500 = 45 \times 10^2 = 4,5 \times 10^3 = 0,45 \times 10^4 = 4\,500\,000 \times 10^0$;
 $12,3456 = 1,234\,56 \times 10^1 = 123\,456 \times 10^0 = 123\,456\,000 \times 10^{-3}$.

III) Compléter :

a) $0,000\,98 = 98 \times 10^6 = 9,8 \times 10^7 = 980 \times 10^8$; b) $12\,345,6 = 123,456 \times 10^5$;
c) $\dots \times 10^{-2} = 0,000\,2$; d) $25 = 0,25 \times \dots$; e) $126 = \dots \times 10^{-3}$;
f) $423,7 \times 10^{-4} = \dots$; g) $0,35 \times 10^0 = \dots$; h) $0,25 \times 10^{-2} = \dots$;
i) $17,38 = 1738 \times \dots = 1,738 \times \dots = 0,017\,38 \times \dots = 1\,738\,000 \times \dots$;
j) $0,052 = \dots \times 10^{-3} = \dots \times 10^2 = \dots \times 10^{-4} = \dots \times 10^5$.

IV) Écrire les nombres suivants sous la forme $a \times 10^n$, a entier non divisible par 10 :

3000 ; 4,56 ; -1 950 ; -70,20 ; -504 000 000 ; -0,000 012 ; 5700.

V) A la calculatrice, compléter :

$500^2 = \dots$; $500^3 = \dots$; $500^4 = \dots$;
Que signifie ce dernier nombre ?

VI) Donner l'écriture scientifique des nombres suivants :

457 ; 78 100 ; 0,000 581 ; 36,752 ; 3,4 ; -12 730 000 ; 1 293,1 ; 71 cent-millièmes ;
0,000 7 ; -4,56 ; 1 ; -100 ; 3 000 ; 12,9870 ; -0,067 51 ; 504 millions ; -0,001 47 ;
74 milliards ; cent vingt mille ; 100,7 ; mille deux cents ; 70,20 ; 4567,89.

VII) Compléter :

$5,21 \times 10^4 = \dots \times 10^{-3}$; $22,35 \times 10^{-3} = \dots \times 10^2$; $-4,85 \times 10^{-3} = -$
 $485 \times 10^{\dots}$; $-22,57 \times 10^5 = -0,02257 \times 10^{\dots}$; $3\,600 \times 10^{-5} = \dots \times 10^{-3}$;

Vu au brevet...

I) Écrire sous la forme d'un nombre décimal : $3^2 \times 2 - 125 \times 10^{-1}$; $\frac{3,2 \times 10^5}{2 \times 10^6}$; $\frac{1296 \times 10^{-4}}{10^{-3}}$.

II) Donner l'écriture scientifique de : $\frac{2 \times 10^7 \times 35 \times 10^{-3}}{5 \times 10^{-3}}$; $\frac{3 \times 10^2 \times 5 \times 10^4}{12 \times (10^3)^3}$.

III) Calculer les nombres : $A = \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{5}\right)^2$ et $B = \left(\frac{1}{3}\right)^2 + \left(\frac{1}{5}\right)^2$, puis calculer $A - B$.

IV) Donner sous forme de fraction simplifiée : $\frac{4 \times (10^{-2})^3 \times 10^2}{12 \times 10^{-3}}$; $\frac{13 \times 10^{14} \times 10^6}{2 \times (10^3)^7}$;

$$\frac{25 \times 10^2 \times 121}{11 \times 750 \times 3}$$

V) Calculer, et donner sous la forme exacte la plus simple possible : $\frac{2 \times 10^{-3} \times 5}{10^{-5}}$;

$$\frac{10^{-2} + 10^2}{10^2}$$
 ; $3 \times 10^{-4} \times 7 \times 10^6 \times 1,25$; $\left(\frac{5}{6} - \frac{2}{3}\right)^2$; $\frac{5 \times 10^5 \times (2 \times 10^{-1})^3}{24 \times 10^{-2}}$; $7,5 \times 10^3 + 35 \times 10^{-2}$.

VI) Donner sous forme de fraction irréductible : $\frac{10^{-8} \times 0,7 \times 10^{12}}{21 \times 10^3}$; $\frac{2^3}{3^2} \div \frac{2^4}{3}$; 125×10^{-4} .

VII) Écrire en notation scientifique : $D = 0,000\ 000\ 000\ 037$; $E = 58\ 300\ 000\ 000$;

$$F = 6,2 \times 10^{25} \times 5 \times 10^{-14}$$
 ; $G = \frac{135 \times 10^{14}}{5 \times 10^{-5}}$; $H = 125 \times 10^{-4}$.

VIII) Écrire sous la forme d'une puissance d'un nombre entier : $(2^2)^3$; $5^4 \times 3^4$.

IX) On donne $F = 2 \times 10^{-8} \times 3 \times 10^6$ et $G = \frac{12 \times 10^{-9} \times 5 \times (10^2)^3}{24 \times 10^{-2}}$.

Écrire F et G sous la forme du produit d'un entier par une puissance de 10.

X) Donner sous la forme la plus simple possible : $\frac{54 \times 10^{-1} - 83 \times 10^{-2}}{10^{-2}}$; $(-2)^5 - 3^4$;

$$\frac{30 \times 2^2 - 5^2 \times 4}{4 \times 10^{-2}}$$
 ; $\frac{16 \times 10^{-5} \times 3 \times 10^4}{24 \times 10^{-3}}$; $(10^3)^2 \times 10^{-2}$; $\frac{3^9 \times 3^{-1}}{3^3}$; $35 \times 10^{-3} - 5 \times 10^{-3}$.

Correction : I) 5,5 ; 0,16 ; 129,6. II) $1,4 \times 10^8$; $1,25 \times 10^{-3}$. III) $\frac{64}{225}$; $\frac{34}{225}$; $\frac{2}{15}$.

IV) $\frac{1}{30}$; $\frac{13}{20}$; $\frac{110}{9}$. V) 1000 ; 1,0001 ; 2625 ; $\frac{1}{36}$; $\frac{50000}{3}$; 7500,35.

VI) $\frac{1}{3}$; $\frac{1}{6}$; $\frac{1}{80}$. VII) $3,7 \times 10^{-11}$; $5,83 \times 10^{10}$; $3,1 \times 10^{12}$; $2,7 \times 10^{20}$; $1,25 \times 10^{-2}$.

VIII) 2^6 ; 15^4 . IX) 6×10^{-2} ; 25×10^{-2} . X) 457 ; -113 ; 500 ; 200 ; 10^4 ; 3^5 ; 0,03.

Les puissances : correction

I) 129 140 163

II) Compléter dans les pointillés :

$$2^{13} = 8192 ; 5^0 = 1 ; 3^{15} = 14\,348\,907 ; 8^3 = 512 ; (-2)^5 = -32 ; 0.1^2 = 0,01 ; \\ 723^1 = 723 ; 10^9 = 1\,000\,000\,000 ; (-1)^{143} = -1 ; 723^0 = 1.$$

III) Compléter :

$$5^3 \times 5^4 = 5^7 ; 10^2 \times 10^3 = 10^5 ; 2^{12} \times 2^4 = 2^{16} ; 7^{125} \times 7^{45} = 7^{170} ; 7^{72} \times 7^{85} = 7^{157} ; \\ \frac{4^3}{4^1} = 4^2 ; \frac{7^5}{7^2} = 7^3 ; \frac{10^{12}}{10^9} = 10^3 ; \frac{5^{53}}{5^{14}} = 5^{39} ; \frac{127^{42}}{127^{12}} = 127^{30} ; \frac{12^{14}}{12^{-4}} = 12^{18} ; \frac{7^{-2}}{7^{-5}} = 7^3 ; \\ (2^4)^3 = 2^{12} ; (3^7)^2 = 3^{14} ; (7^{12})^{10} = 7^{120} ; (8^{100})^{1000} = 8^{100000} ; (5^{-2})^4 = 5^{-8} ; (17^{12435})^0 = 17^0 \\ 3^0 = 1 ; 17^0 = 1 ; (-123)^0 = 1 ; 0^0 = x.$$

IV) Sans utiliser la touche "puissance" de la calculatrice, compléter :

$$\frac{5^0}{5^4} = 5^{-4} ; \frac{7^0}{7^{11}} = 7^{-11} ; \frac{1}{5^3} = 5^{-3} ; \frac{1}{11^4} = 11^{-4} ; \frac{1}{6^{-4}} = 6^4 ; \frac{1}{7^2} = 7^{-2} ; \frac{1}{10^3} = 10^{-3} ;$$

$$\frac{1}{1000} = 10^{-3} ; \frac{1}{100} = 10^{-2} ; \frac{1}{1000000} = 10^{-6} ; \text{Un milliardième} = 10^{-9} ;$$

$$7^4 \times 7^{-2} = 7^2 ; \frac{a^4}{a^{-1}} = a^5 ; (3^{-3})^{-2} = 3^6 ; \frac{a^{20}}{a^9} = a^{11} ; (9^3)^2 = 9^6 ; 2 \times 2^2 \times 2^3 = 2^6 ;$$

$$((5^2)^3)^3 = 5^{18} ; \frac{1}{7^6} = 7^{-6} ; 2^3 \times 2^{-4} \times (2^{-2})^{-3} = 2^5 ; 5^{-2} = \frac{(5^{-3})^2}{5^{-3} \times 5^2} \times (5^2 \times 5^{-1})^3.$$

V) Les puissances de 10...

$$10 = 10^1 ; \frac{1}{10} = 10^{-1} ; 100 = 10^2 ; \frac{1}{100} = 10^{-2} ; 0,0001 = 10^{-4} ; 10000000000 = 10^{10}$$

$$\text{Un million} = 10^6 ; \text{Un millionième} = 10^{-6} ; \text{Mille} = 10^3 ; \text{Un millième} = 10^{-3}.$$

VI) Donner en écriture décimale :

$$35 \times 10^4 = 350\,000 ; 0,0046 \times 10^2 = 0.46 ; 3490 \times 10^{-2} = 34,9 ;$$

$$0,00014 \times 10^5 = 14 ; 2\,347\,000 \times 10^{-5} = 23.47 ; 23 \times 10^0 = 23.$$

Puissances de 10 : correction

I) Donner avec la calculatrice l'écriture décimale des nombres suivants :

9,2 ; 2,45 ; -0,0032 ; 0,03265 ; 0,000075 ; 7500 ;
-0,03004 ; -425 000 ; 0,0005 ; 0,00074 ; -0,003614 ; -4540.

II) Compléter sans calculatrice :

a) $-42 \times 10^3 = -42\,000$; $2,35 \times 10^1 = 23,5$; $-0,03 \times 10^{-3} = -0,000\,03$;
 $-12 \times 10^0 = -12$; $10^{-6} \times 2 = 0,000\,002$; $10^3 \times 9,875 = 9875$; $425 \times 10^{-2} = 4,25$;
 $4325 \times 10^{-5} = 0,04325$; $0,000\,2 \times 10^{10} = 2\,000\,000$; $-2300 \times 10^{-7} = -0,000\,23$.

b) $123,45 \times 10^3 = 123\,450$; $-0,8 \times 10^2 = -80$; $8545 \times 10^{-6} = 0,008545$;
 $300\,000 = 3 \times 10^5 = 30 \times 10^4 = 0,3 \times 10^6 = 3\,000\,000 \times 10^{-1}$;
 $4\,500 = 45 \times 10^2 = 4,5 \times 10^3 = 0,45 \times 10^4 = 4\,500\,000 \times 10^{-3}$;
 $12,3456 = 1,234\,56 \times 10^1 = 123\,456 \times 10^{-4} = 123\,456\,000 \times 10^{-7}$.

III) Compléter :

a) $0,000\,98 = 98 \times 10^{-5} = 9,8 \times 10^{-4} = 980 \times 10^{-6}$; b) $12\,345,6 = 123,456 \times 10^2$;
c) $0,02 \times 10^{-2} = 0,000\,2$; d) $25 = 0,25 \times 10^2$; e) $126 = 126\,000 \times 10^{-3}$;
f) $423,7 \times 10^{-4} = 0,04237$; g) $0,35 \times 10^0 = 0,35$; h) $0,25 \times 10^{-2} = 0,0025$;
i) $17,38 = 1738 \times 10^{-2} = 1,738 \times 10^1 = 0,017\,38 \times 10^3 = 1\,738\,000 \times 10^{-5}$;
j) $0,052 = 52 \times 10^{-3} = 0,00052 \times 10^2 = 5\,200 \times 10^{-4} = 0,00000052 \times 10^5$.

IV) Écrire les nombres suivants sous la forme $a \times 10^n$, a entier non divisible par 10 :

3×10^3 ; 456×10^{-2} ; -195×10^1 ; -702×10^{-1} ; -504×10^6 ; -12×10^{-6} ; 57×10^2 .

V) A la calculatrice, compléter :

$500^2 = 250\,000$; $500^3 = 125\,000\,000$; $500^4 = 6,25 \times 10^{10}$;

VI) Donner l'écriture scientifique des nombres suivants :

$4,57 \times 10^2$; $7,81 \times 10^4$; $5,81 \times 10^{-4}$; $3,6752 \times 10^1$; $-1,273 \times 10^7$; $1,2931 \times 10^3$; $7,1 \times 10^{-4}$;
 7×10^{-4} ; $-4,56 \times 10^0$; 1×10^0 ; -1×10^2 ; 3×10^3 ; $1,2987 \times 10^1$; $-6,751 \times 10^{-2}$; $5,04 \times 10^8$;
 $-1,47 \times 10^{-3}$; $7,4 \times 10^9$; $1,2 \times 10^5$; $1,007 \times 10^2$; $1,2 \times 10^3$; $7,02 \times 10^1$; $4,56789 \times 10^3$.

VII) Compléter :

$5,21 \times 10^4 = 52\,100\,000 \times 10^{-3}$; $22,35 \times 10^{-3} = 0,002235 \times 10^2$;
 $-4,85 \times 10^{-3} = -485 \times 10^{-5}$; $-22,57 \times 10^5 = -0,02257 \times 10^8$; $3\,600 \times 10^{-5} = 36 \times 10^{-3}$;