Théorème de la droite des milieux

Pour rédiger correctement ces exercices, inspirez vous des phrases suivantes. Il ne restera qu'à changer les lettres…

☞ **"Puisque ABCD est un parallélogramme, (AB) parallèle à (CD) et (AD) parallèle à (BC)"**
☞ **"Puisque RSTU est un parallélogramme, RS = TU et RU = ST"**
☞ **"Puisque B est le symétrique de A par rapport à M, M est le milieu de [AB]"**
☞ **"Puisque [LM] est un diamètre du cercle de centre B, B est le milieu de [LM]"**
☞ **"Puisque dans le triangle LAC, R est le milieu de [LC] et S est le milieu de [LA], alors (RS) parallèle à (AC) et RS = $\frac{1}{2}$ AC d'après le théorème de la droite des milieux".**
☞ **"Puisque dans le triangle BOF, J est le milieu de [BO], K appartient à [BF] et (JK) parallèle à (OF), alors K est le milieu de [BF] d'après la réciproque du théorème de la droite des milieux".**
☞ **"Puisque (AB) parallèle à (CD) et que (EF) parallèle à (CD), alors (AB) parallèle à (EF)"**
☞ **"Puisque RS = TU et que YZ = RS, alors TU = YZ"**
☞ **"Puisque (RO) parallèle à (ME) et que (RE) parallèle à (OM), alors ROME est un parallélogramme".**
☞ **"Puisque MA = RS et que MS = AR, alors MARS est un parallélogramme".**

Exercices :

1) Soit ABC un triangle tel que AB = 7 cm, AC = 8 cm et BC = 12 cm.
Placer I, J et K les milieux respectifs de [BC], [AC] et [AB].
Placer enfin le milieu M de [KI] et le milieu N de [KJ].
Prouver que (MN) est parallèle à (AB) et calculer MN.

2) ABC est un triangle quelconque, D est le symétrique de A par rapport à B et E est le symétrique de A par rapport à C. Que peut-on dire de (BC) et (DE) ? Prouvez le.

3) Tracer un triangle ABC tel que AB = 5 cm, AC = 3 cm et BC = 4,5 cm. Placer I le milieu de [AB]. La parallèle à (BC) passant par I coupe [AC] en J.

- **a)** Calculer AJ.
- **b)** Tracer le symétrique D de A par rapport à C. Prouver que (IC) est parallèle à (BD).

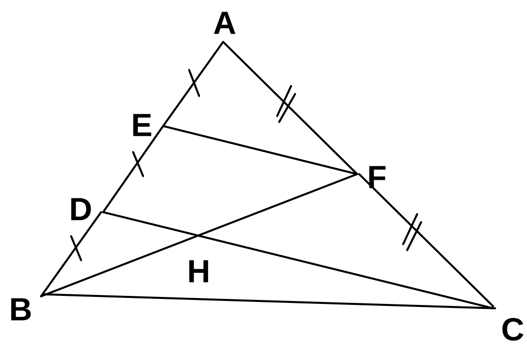
4) Soit C' un cercle de centre O et [BD] l'un de ses diamètres. Placer un point A de C', et par le point D, tracer la parallèle à (OA) ; elle coupe (BA) en E.
Prouver que A est le milieu de [BE].

5) Tracer un parallélogramme ABCD et placer le symétrique E du point D par rapport à A. Les droites (CE) et (AB) se coupent en F. Prouver que F est le milieu de [EC].

6) ABC est un triangle quelconque et D est le milieu de [BC]. Soit M le milieu de [AD]. La droite (CM) coupe [AB] en F. Par D, on trace la parallèle à (CF); elle coupe [AB] en E.

- **a)** Prouver que F est le milieu de [AE].
- **b)** Prouver que E est le milieu de [BF].

7) On donne DC = 3,2 cm ; à l'aide des indications portées sur le dessin, <u>calculer EF et CH.</u>



8) Tracer un triangle ABC, placer I le milieu de [BC] et K celui de [AB]. Tracer la parallèle à (BC) passant par K ; elle coupe [AI] en O ; (CO) coupe [AB] en E. Tracer enfin la parallèle à (CE) passant par I; elle coupe [AB] en D.

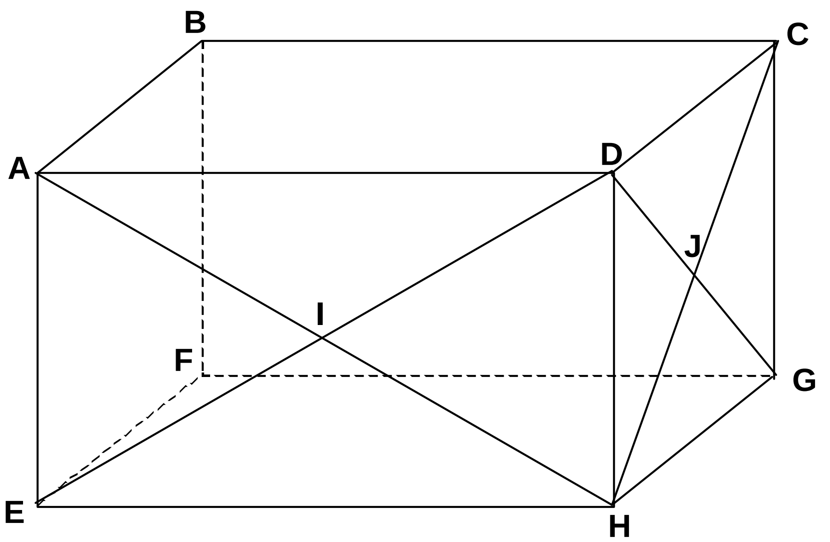
a) <u>Prouver que</u> D est le milieu de [EB].
b) <u>Prouver que</u> O est le milieu de [AI].
c) <u>Prouver que</u> E est le milieu de [AD].

9) Soit ABC un triangle quelconque, I le milieu de [BC] et K celui de [AC]. Tracer le symétrique L de K par rapport à A, et placer M le point d'intersection entre (AB) et (LI).

a) <u>Prouver que</u> (IK) est parallèle à (AM).
b) <u>Prouver que</u> M est le milieu de [LI].
c) <u>Calculer la longueur</u> AM en fonction de la longueur AB.

10) ABCDEFGH est un parallélépipède rectangle, I est le centre de la face ADHE et J est celui de la face DCGH.

<u>Prouver que</u> AC = 2 $\times$ IJ.



11) Trace LUTH un quadrilatère <u>quelconque.</u> Place I le milieu de [LU], J le milieu de [UT], K le milieu de [TH] et R le milieu de [HL].

a) Prouver que (RI) est parallèle à (UH), que (KJ) est parallèle à (UH) puis que (RI) est parallèle à (KJ).
b) En vous inspirant du **a)**, prouver que (RK) est parallèle à (IJ).
c) Que peut-on en déduire pour le quadrilatère IJKR ? Prouvez-le.