

Développements

A) Suppression de parenthèses :

☞ **Quand une paire de parenthèses est précédée par un "+" (et n'est pas suivie par un " ", un " " ou une puissance), cela revient à ajouter tous les termes situés dans cette parenthèse.**

Exemple : $3 + (5 - 4) = 3 + 5 + (-4) = 3 + 5 - 4 = 8 - 4 = 4$

☞ **Quand une paire de parenthèses est précédée par un "-" (et n'est pas suivie par un " ", un " " ou une puissance), cela revient à retrancher tous les termes compris dans cette parenthèse.**

Exemple : $3 - (5 - 4) = 3 - 5 - (-4) = 3 - 5 + 4 = -2 + 4 = 2$

☞ **Exemple :** $(7 - 4) + (5 - 3) - (-2 - 3 + 5) = + (7 - 4) + (5 - 3) - (-2 - 3 + 5)$
 (signe "+" sous entendu...)

$= +7 + (-4) + 5 + (-3) - (-2) - (-3) - (+5) = \dots 7 \dots 4 \dots 5 \dots 3 \dots 2 \dots 3 \dots 5 = \dots$

☞ **Exercices :** Simplifier : **1)** $-(2a - b) + (a - 2b)$; **2)** $(-a + 3c) + (a - 2c) - (-a + c)$;
3) $-(a - 2b + c) + (3c - a + 5b) - (-a - b - c)$; **4)** $-(a^2 - 3a + 5) + (2a + 3a^2) - (6 - a^2)$.

Correction : **1)** $-a - b$; **2)** a ; **3)** $-a + 8b + 3c$; **4)** $3a^2 + 5a - 11$.

B) Distributivité : (S'applique lorsqu'une parenthèse est précédée ou suivie par un " ")

☞ **1^{er} exemple :** $3 \times (2x - 3)$ signifie que 3 multiplie tous les termes compris dans la parenthèse.

Donc $3 \times (2x - 3) = 3 \times (2x) + 3 \times (-3) = \dots \dots \dots$

☞ **2^{ème} exemple :** $(2x - 5)(-3x + 2)$ signifie que tous les termes de la première parenthèse multiplient tous les termes de la deuxième parenthèse.

Donc $(2x - 5)(-3x + 2) = (2x) \times (-3x) + (2x) \times (\dots) + (-5) \times (-3x) + (\dots) \times (\dots)$
 $= \dots 6x^2 \dots 4x \dots 15x \dots 10 = \dots \dots \dots$

☞ **Exercices :** Utiliser la distributivité puis simplifier :

1) $4(3a - 2)$; **2)** $-5(3x - 4)$; **3)** $3x(-2x + 5)$; **4)** $-2a(3 - 4a)$; **5)** $a^2(a^3 + a^4)$;
6) $(3x - 2)(-2x + 4)$; **7)** $(-2x - 3)(3 - 5x)$; **8)** $(a^2 + a^3)(a^2 - a^3)$; **9)** $(\frac{1}{2}a - 3)(\frac{2}{3}a + 4)$.

Correction : **1)** $12a - 8$; **2)** $-15x + 20$; **3)** $-6x^2 + 15x$; **4)** $-6a + 8a^2$; **5)** $a^5 + a^6$;

6) $-6x^2 + 16x - 8$; **7)** $10x^2 + 9x - 9$; **8)** $a^4 - a^6$; **9)** $\frac{1}{3}a^2 - 12$.

C) Mélange "Distributivité - Suppression de parenthèses" :

☞ **Exemple :** $(2x - 3)(4x + 5) - (3x - 2)(x + 8)$

Puisque les multiplications sont prioritaires sur la soustraction, on commence par utiliser la distributivité.

$$= (\dots x^2 + \dots x - \dots x - \dots) - (\dots x^2 + \dots x - \dots x - \dots)$$

Puis on utilise la suppression de parenthèses.

$$= \dots 8x^2 \dots 10x \dots 12x \dots 15 \dots 3x^2 \dots 24x \dots 2x \dots 16 = \dots x^2 \dots x \dots$$

☞ **Exercices :** Simplifier les expressions suivantes :

1) $2(a+b) + 3(a-b)$; **2)** $(a+b)(2a-b) + (a-b)(a-2b)$; **3)** $(a+b)(2a-b) - (a-b)(a-2b)$;

4) $-(a+b)(2a-b) + (a-b)(a-2b)$; **5)** $-(a+b)(2a-b) - (a-b)(a-2b)$; **6)** $(2x-3)(3x+2) - (2x-5)(x+1)$.

Correction : **1)** $5a - b$; **2)** $3a^2 - 2ab + b^2$; **3)** $a^2 + 4ab - 3b^2$; **4)** $-a^2 - 4ab + 3b^2$;

5) $-3a^2 + 2ab - b^2$; **6)** $4x^2 - 2x - 1$.

D) Les pièges de la distributivité :

☞ **$(a+b)^2 \neq a^2 + b^2$!!!**

Si par exemple on vous demande de calculer $(x + 5)^2$, ne répondez pas $x^2 + 25$!

$$(x + 5)^2 = (x + 5)(x + 5) = \dots + \dots + \dots + \dots = \dots + \dots + \dots$$

☞ **Exemple :** On veut calculer $3(2x - 3)(3x + 4)$. Il faut commencer par multiplier 2 des facteurs, et multiplier le résultat obtenu par le troisième facteur.

$$3(2x - 3)(3x + 4) = (\dots)(3x + 4) = \dots x^2 + \dots x - \dots x - \dots = \dots x^2 \dots x \dots$$

☞ **Exercices :** Utiliser la distributivité puis simplifier :

1) $(a + 1)^2$; **2)** $(b - 2)^2$; **3)** $(2x + 5)^2$; **4)** $(\frac{1}{2}x + 4)^2$; **5)** $(2x + 5)^2 + (3x - 1)(2x + 4)$;

6) $(5x + 2)(6x - 3) - (4x - 1)^2$; **7)** $2(2x - 4)(3x + 2)$; **8)** $(x + 2)(3x - 1) + 5(x - 4)(2x + 3)$;

9) $4(2x + 1)^2$; **10)** $3(5x - 2)(x + 4) - (3x + 5)^2$.

Correction: **1)** $a^2 + 2a + 1$; **2)** $b^2 - 4b + 4$; **3)** $4x^2 + 20x + 25$; **4)** $\frac{1}{4}x^2 + 4x + 16$;

5) $10x^2 + 30x + 21$; **6)** $14x^2 + 5x - 7$; **7)** $12x^2 - 16x - 16$; **8)** $13x^2 - 20x - 62$;

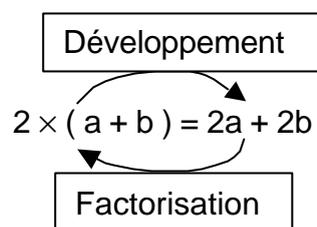
9) $16x^2 + 16x + 4$; **10)** $6x^2 + 24x - 49$.

Factorisations

A) Le principe de la factorisation :

La **factorisation** est l'opération "inverse" du **développement** (utilisation de la distributivité).

Exemple :



☞ Dans l'exemple, on dit que 2 est le "**facteur commun**". En effet, 2a (ce qui signifie $2 \times a$) est le **produit** de deux **facteurs** qui sont $\boxed{2}$ et \boxed{a} . 2b est le produit de deux facteurs qui sont et Le seul facteur qui soit **commun** à 2a et 2b est

☞ **Remarque** : Si par exemple on veut factoriser $\boxed{12x^2 + 16x}$, on peut écrire :

$2 \times (\dots + \dots)$ ou $4 \times (\dots + \dots)$ ou $4x \times (\dots + \dots)$.

La bonne réponse est $4x \times (\dots + \dots)$ car on essaie toujours d'avoir le facteur commun le plus grand possible.

☞ **Exemples simples** : Factoriser :

- 1)** $3x + 3y$; **2)** $3x + 6y$; **3)** $3x + 3$; **4)** $3x + x^2$; **5)** $4x + 8y$; **6)** $x^2 + x^3$; **7)** $4x^2 + 6x^3$;
8) $6x - 9$; **9)** $16x^2 + 24x^5$; **10)** $24ab^2 + 16a^2b^2 - 12a^2b$.

Correction : **1)** $3(x+y)$; **2)** $3(x+2y)$; **3)** $3(x+1)$; **4)** $x(3+x)$; **5)** $4(x+2y)$; **6)** $x^2(1+x)$;
7) $2x^2(2+3x)$; **8)** $3(2x-3)$; **9)** $8x^2(2 + 3x^3)$; **10)** $4ab(6b+2ab-3a)$.

B) Cas où le facteur commun est une parenthèse :

☞ **Exemple 1** : Si on écrit $(2x + 3) [(3x + 2) + (2x + 3)]$, cela signifie que $(2x + 3)$ multiplie tout ce qu'il y a dans le crochet, donc si on développe :

$$(2x + 3) [(3x + 2) + (2x + 3)] = (2x + 3)(3x + 2) + (2x + 3)(2x + 3) = (2x + 3)(3x + 2) + (2x + 3)^2$$

Puisque la **factorisation** est l'opération inverse du développement, si on vous demande de factoriser $(2x+3)(3x+2) + (2x+3)^2$, on écrira :

$$\boxed{(2x+3)}(3x+2) + \boxed{(2x+3)}(2x+3) = \boxed{(2x+3)} [(3x+2)+(2x+3)]$$

facteur commun

Théoriquement, ça suffit... Mais prenez l'habitude de toujours simplifier ce qu'il y a dans le crochet. Donc écrivez : $(2x+3)[3x+2+2x+3] = (2x+3)(\dots)$

☞ **Exemple 2** : On veut factoriser $-3(2x - 1)^2 + 5(3x + 2)(2x - 1)$.

Cela signifie en fait : $-3 \boxed{(2x - 1)}(2x - 1) + 5(3x + 2) \boxed{(2x - 1)}$ et le facteur commun est

Donc cela vaut $(2x - 1)[-3(2x - 1) + 5(3x+2)]$
(vous remarquerez qu'il suffit de recopier dans le crochet tout ce qui n'est pas le facteur commun). Il ne reste plus qu'à simplifier l'intérieur du crochet, et on obtient :

$$(2x - 1)[-6x + \dots + \dots + \dots] = (2x - 1)[\dots]$$

☞ **Exercices** : Factoriser les expressions suivantes :

- 1) $a(a+1)+b(a+1)$; 2) $(x+2)(x+1)+(x+1)(2-x)$; 3) $(x+2)(3+x)-(3+x)(2-x)$;
 4) $(2x-5)(x+3) - (x-1)(x+3)$; 5) $2(a-3)+(a-2)(a-3)$; 6) $(b-2)^2 + (b-2)(b-5)$;
 7) $(a-3)^2 - (a+1)(a-3)$; 8) $(2b+1)(b+3) + (2b+1)^2$; 9) $(a-5)(2a+1)-(a-5)^2$.

Correction : 1) $(a+1)(a+b)$; 2) $4(x+1)$; 3) $2x(3+x)$; 4) $(x+3)(x-4)$; 5) $a(a-3)$;
 6) $(b-2)(2b-7)$; 7) $-4(a-3)$; 8) $(2b+1)(3b+4)$; 9) $(a-5)(a+6)$.

C) Factoriser avec l'identité remarquable : $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$

Factoriser signifie "Écrire sous la forme d'un produit (sous entendu : **de facteurs**)"

Considérons par exemple l'expression : $x^2 - 25$. Ce n'est pas un produit, mais une différence.
 Pour factoriser $x^2 - 25$, il faut remarquer que $x^2 - 25 = x^2 - 5^2$

$$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$$

$$x^2 - 5^2 = (\dots + \dots)(\dots - \dots)$$

Donc la forme **factorisée** de $x^2 - 25$ est : $(\dots + \dots)(\dots - \dots)$ (**c'est bien un produit !**).

☞ **Exercices** : Factoriser : 1) $x^2 - 16$; 2) $49 - x^2$; 3) $4x^2 - 64$; 4) $16x^2 - 25y^2$; 5) $x^2 - 7$.

Correction : 1) $(x-4)(x+4)$; 2) $(7-x)(7+x)$; 3) $(2x-8)(2x+8)$; 4) $(4x-5y)(4x+5y)$; 5) $(x-\sqrt{7})(x+\sqrt{7})$

☞ Dans l'identité $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$, "a" ou "b" peut être une parenthèse !

Exemple 1 : $(2x+3)^2 - 25 = (2x+3)^2 - 5^2 = ((\dots) + \dots)((\dots) - \dots) = (\dots)(\dots)$
 $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$

$$a^2 - b^2 = [a + b][a - b]$$

Exemple 2 : $(4x+3)^2 - (5x-4)^2 = [(\dots) + (\dots)][(\dots) - (\dots)]$
 $= [\dots][\dots]$
 $= (\dots)(\dots)$

☞ **Exercices** : Factoriser: 1) $(4x-5)^2 - 16$; 2) $25 - (2x-3)^2$; 3) $(x+5)^2 - (3x+2)^2$;
 4) $4x^2 - (5x+7)^2$; 5) $(3x-4)^2 - 16x^2$; 6) $(3x-7)^2 - (3x+7)^2$; 7) $64x^2 - (x-5)^2$;
 8) $25x^2 - 144$; 9) $(3-2x)^2 - (7x-4)^2$; 10) $(8x-\sqrt{3})^2 - 3$;

Correction : 1) $(4x-9)(4x-1)$; 2) $(8-2x)(2+2x)$; 3) $(-2x+3)(4x+7)$; 4) $(-3x-7)(7x+7)$;
 5) $(-x-4)(7x-4)$; 6) $-14 \times 6x$ ou $-84x$; 7) $(7x+5)(9x-5)$; 8) $(5x-12)(5x+12)$;
 9) $(7-9x)(5x-1)$; 10) $(8x-2\sqrt{3}) \times 8x$.

D) Une dernière subtilité :

Si par exemple on veut factoriser $(2x-5)(3x+2) - (8x-3)(2x-5)$, on obtient :

$$(2x-5)[(\dots) - (\dots)] = (2x-5)[\dots] = (2x-5)(-5x+5).$$

Si vous écrivez cela le jour du brevet, vous perdrez **au moins** 0,5 point car on peut **encore**

factoriser. En effet, $(-5x+5)$ peut se factoriser sous la forme $5(-x+1)$, donc on attend de vous que vous répondiez : $(2x-5)5(-x+1)$, ou encore mieux $5(2x-5)(-x+1)$.

☞ **Exercices** : Factoriser : 1) $(3x+2)(4x-5) + (3x+2)(5x-4)$; 2) $(4x-7)^2 - (2x-3)^2$

Correction : 1) $9(3x+2)(x-1)$; 2) Vous devez trouver au début $(2x-4)(6x-10)$.

Mais $(2x-4) = 2(x-2)$ et $(6x-10) = 2(3x-5)$. Donc il faut répondre $2(x-2)2(3x-5)$ ou mieux encore $4(x-2)(3x-5)$.