TS2 **DEVOIR N° 6 (C 2) : 1 h 30 min.**

NOM : **PRÉNOM :**

EXERCICE 1 : *(Temps indicatif : 25 minutes)*

1. COURS : a et b sont deux réels.

a. Donner l'ensemble des solutions sur $\mathbb{R}$ de l'équation différentielle : $y' = ay$.

On ne demande pas de justification !

b. Donner l'ensemble des solutions sur $\mathbb{R}$ de l'équation différentielle : $y' = ay + b$ où $a \neq 0$.

On ne demande pas de justification !

2. Soit l'équation différentielle (E_0) : $y' - 3y = 0$.

Résoudre sur $\mathbb{R}$ l'équation différentielle (E_0).

3. Soit l'équation différentielle (E_1) : $y' + 3y - 6 = 0$.

Résoudre sur $\mathbb{R}$ l'équation différentielle (E_1).

4. VRAI ou FAUX. On se réfère aux équations différentielles (E_0) et (E_1) précédentes.

Pour chacune des affirmations du tableau ci-dessous, dire si elle est vraie ou fausse.

Chaque bonne réponse rapporte 0,5 point, chaque réponse fausse ou illisible enlève 0,25 point, l'absence de réponse ne rapporte ni n'enlève aucun point. Si le total des points de cette question était négatif, il serait ramené à 0. Aucune justification n'est demandée.

Affirmations	VRAI ou FAUX
a. La fonction $x \longmapsto 2e^{-3x}$ est une solution de (E_0)	
b. La fonction $f : x \longmapsto \frac{1}{3}e^{3x}$ est la solution de (E_0) telle que $f'(0) = 1$	
c. La fonction $f : x \longmapsto 4e^{3(1-x)}$ est la solution de (E_1) telle que $f(1) = 4$	
d. Les courbes représentant les solutions de l'équation (E_1) ont pour asymptote la droite d'équation $y = 2$	
e. Il existe une solution de (E_1) dont la courbe passe par le point de coordonnées $(0 ; 2)$	

TOURNEZ S.V.P.

EXERCICE 2 : *(Temps indicatif : 60 minutes)*

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \frac{1}{2}(x + e^{2x} - xe^{2x})$.

On note C la courbe représentative de f dans un repère orthonormal $(O ; \vec{i}, \vec{j})$.

1. a. Déterminer les limites de f en $(-\infty)$ et en $(+\infty)$.

Indication : pour la limite en $(+\infty)$, on pourra mettre $\frac{1}{2}e^{2x}$ en facteur.

b. Montrer que la droite Δ d'équation $y = \frac{x}{2}$ est asymptote à C au voisinage de $(-\infty)$.

Étudier la position de C par rapport à Δ.

2. Montrer que f est dérivable sur $\mathbb{R}$ et prouver que : $\forall x \in \mathbb{R}$, on a : $f'(x) = \frac{1}{2}(1 + (1 - 2x)e^{2x})$.

3. Soit u la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $u(x) = 1 + (-2x + 1)e^{2x}$.

a. Étudier le sens de variation de u.

b. Montrer que l'équation $u(x) = 0$ possède une solution unique α sur $\mathbb{R}$ et que cette solution appartient à l'intervalle $[0 ; 1]$.

Déterminer une valeur décimale approchée par excès de α à 10^{-2} près.

c. Déterminer le signe de $u(x)$ suivant les valeurs de x.

4. En déduire le sens de variation de f puis dresser son tableau de variation.

FIN !

BON COURAGE ET BONNES VACANCES !